

Aufgabenserie 10 zur Vorlesung "Stochastik für Informatiker"

1. Bei 10 Messungen der Streckgrenze des Kohlenstoffstahls St70 (Einheit: N/mm^2) ergab sich ein Mittelwert von 347.5 und eine Stichprobenvarianz von 109.6. Wir nehmen an, dass diese Werte einer normalverteilten Grundgesamtheit entstammen.

a) Geben Sie Schätzwerte für die beiden Parameter μ und σ^2 der Normalverteilung an.

Man ermittle Konfidenzintervalle

b) für den Erwartungswert bei bekannter Varianz von 105 zum Konfidenzniveau 0.95 bzw.

c) für den Erwartungswert bei unbekannter Varianz zum Konfidenzniveau 0.95 sowie zum Konfidenzniveau 0.99.

d) Bestimmen Sie ein zweiseitiges Intervall bzw. ein einseitiges Intervall für die Varianz zum Konfidenzniveau 0.95.

Geben Sie jeweils eine Interpretation der Konfidenzintervalle an.

2. Bei einer Untersuchung der Druckfestigkeit (in N/mm^2 angegeben) von Beton wurden an 12 Prüfkörpern die folgenden Festigkeiten gemessen:

34.7, 30.9, 28.3, 37.4, 40.1, 39.8, 33.5, 35.1, 43.7, 33.3, 32.4, 31.0

Es kann angenommen werden, dass die Festigkeit normalverteilt ist.

a) Geben Sie Schätzer für den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung an. Welche Verteilung haben diese Größen?

b) Ermitteln Sie den empirischen Median und die empirischen Quantile der Ordnung 0.25, 0.6 und 0.1.

c) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert der Druckfestigkeit zum Konfidenzniveau 0.9 bzw. 0.99. Geben Sie eine Interpretation der Intervalle an. Vergleichen Sie beide Intervalle und begründen Sie die Unterschiede.

d) Ermitteln Sie jeweils ein zweiseitiges und ein einseitiges Konfidenzintervall für die Varianz zum Niveau 0.95.

3. Die Masse von Eiern einer bestimmten Güteklasse sei normalverteilt mit dem Erwartungswert 78 (Einheit Gramm). Ein Kunde kauft 60 Eier und ermittelt für diese Eier den Mittelwert und die empirische Standardabweichung, wobei sich $\bar{X} = 73.1$ und $S_X = 6.2$ ergab.

a) Steht dieses Ergebnis im Einklang zu der angegebenen Güteklasse? (Signifikanzniveau

0.05)

b) Führen Sie den Test auch unter der Annahme durch, dass die Varianz 67 ist. (Signifikanzniveau 0.05)

4. Fünfzehn Schrauben werden aus einem Sortiment entnommen und ihre Länge (Einheit: *mm*) wird gemessen. Dabei ergibt sich der Mittelwert 11.4 bei einer Stichprobenvarianz von 0.4. Der Hersteller gibt für diese Schrauben einen Sollwert von 11 an. Prüfen Sie die Hypothese, dass die erwartete Länge der Schrauben dem Sollwert entspricht. Verwenden Sie dabei nacheinander die Signifikanzniveaus 0.1, 0.05 und 0.02. Erklären Sie die unterschiedlichen Ergebnisse.

5. Bei 200 zufällig ausgewählten Halbliter-Milchflaschen wurde die Füllmenge analysiert. Dabei ergab sich ein Mittelwert von 0.496 *l* und eine empirische Standardabweichung 0.04 *l*. Die Füllmenge kann als normalverteilt gelten.

a) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert der Füllmenge zum Konfidenzniveau 0.99. Geben Sie kurz eine Interpretation dieses Konfidenzintervalls an.

b) Berechnen Sie ein Konfidenzintervall für die Varianz der Füllmenge zum Konfidenzniveau 0.99.