Prof. Dr. Eckhard Liebscher
Fachgruppe Mathematik

Wintersemester 24/25

Aufgabenserie 1 zur Vorlesung "Stochastik für Informatiker"

1.a) Von drei Ereignissen A, B und C ist bekannt, dass $P(A) = 0.6$, $P(A \cup B) = 0.8$, $P(A \cap B) = 0.1$, $P(C) = 0.3$, $P(A \cap B \cap C) = 0.04$, $P(A \cap C) = 0.1$, $P(B \cap C) = 0.2$. Man bestimme die Wahrscheinlichkeiten $P(B)$, $P(\bar{B})$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(A \cup \bar{B})$, $P(\bar{A} \cap B)$, $P(\overline{A \cap \bar{B}})$, $P(A \cup B \cup C)$.
b) Weiter ist D ein Ereignis mit $P(D) = 0.2$, so dass A und D unvereinbar sind. Ermitteln Sie $P(A \cap D), P(A \cup D)$ und $P(A \cap \bar{D})$.

2. Beim Würfeln betrachten wir die Ereignisse A :"Augenzahl gleich 6", B :"Augenzahl ungerade" und C :"Augenzahl größer als 2". Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse
a) $A \cup B$, **b)** $A \cap B$, **c)** $B \cup C$, **d)** $B \cap C$, **e)** $B \cap \bar{C}$.
f) Wir würfeln dreimal hintereinander. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei jedem Wurf das Ereignis $\bar{B} \cap C$ eintritt?

3. In einer Urne befinden sich 18 rote und 12 blaue Kugeln. Es werden zwei Kugeln hintereinander zufällig aus der Urne gezogen, wobei die erste Kugel nicht wieder zurückgelegt wird.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird zuerst eine rote und dann eine blaue Kugel gezogen.
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird zuerst eine blaue und dann eine rote Kugel gezogen.
c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden zwei blaue Kugeln gezogen.
d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei 5 Entnahmen ohne Zurücklegen nur blaue Kugeln zu erwischen.
Betrachten Sie nun die Situation, dass jede entnommene Kugel nach der Entnahme wieder zurückgelegt wird.
e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei blaue Kugeln gezogen werden.
f) Wie groß ist in Situation e) die Wahrscheinlichkeit bei 8 Entnahmen achtmal die blaue Kugel zu erwischen?
g) Wie groß ist in Situation e) die Wahrscheinlichkeit bei 3 Entnahmen erst zweimal die blaue Kugel und dann eine rote zu ziehen?
h) Wie groß ist in Situation e) die Wahrscheinlichkeit bei 6 Entnahmen zweimal die blaue Kugel und drei rote Kugeln zu ziehen unabhängig von der konkreten Reihenfolge?

4. Herr Kaiser verkauft Versicherungen der Camburg-Raffheimer Versicherungs AG. 40% der Kunden kaufen erfahrungsgemäß eine Lebensversicherung, 25 % eine Kfz- und eine Lebensversicherung und 65% eine Kfz-Versicherung. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Kunde

a) keine Lebensversicherung kauft?
b) mindestens eine der beiden Versicherungen kauft?
c) nur eine Lebensversicherung, aber keine Kfz-Versicherung kauft?
d) nur eine Kfz-Versicherung, aber keine Lebensversicherung kauft?
e) eine Kfz-Versicherung kauft oder den Kauf einer Lebensversicherung ablehnt?

5. In der Holger-Humbelbain-Klinik in Bad Blausich gibt es 3 Abteilungen: die Chirurgie, die Neurologie und die Abteilung für innere Medizin. Es ist bekannt, dass ein Patient mit Wahrscheinlichkeit 0.45 in die Chirurgie und mit Wahrscheinlichkeit 0.2 in die Neurologie eingewiesen wird. Die Hälfte der eingewiesenen Patienten sind Männer. Mit Wahrscheinlichkeit 0.15 ist die eingelieferte Person weiblich und begibt sich in die Chirurgie. Mit Wahrscheinlichkeit 0.1 ist die eingelieferte Person männlich und wird in die Neurologie eingeliefert. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass die eingelieferte Person

a) weiblich ist und in die Neurologie eingeliefert wird,
b) weiblich ist und in die Abteilung für innere Medizin eingeliefert wird,
c) männlich ist oder in die Chirurgie eingeliefert wird,
d) weiblich ist oder nicht in die Neurologie eingeliefert wird.

Es wird gerade eine männliche Person eingeliefert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird sie

e) in die Chirurgie bzw. **f)** in die Neurologie eingeliefert?

6. Gegeben sind die Ereignisse A und B mit $P(A) = 0.6,\ P(B) = 0.2$. A und B sind unabhängig. Bestimmen Sie $P(A \cup B), P(A|B), P(B|A)$ und $P(A \cap B)$.

7. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es in einer Familie mit 4 Kindern

a) 2 Jungen und 2 Mädchen,
b) 3 Jungen und 1 Mädchen,
c) nur Jungen

gibt, wenn man annimmt, dass Jungen- und Mädchengeburten unabhängig und gleichwahrscheinlich sind?

8. Sechs Jäger schießen gleichzeitig und unabhängig auf einen Hasen. Jeder Jäger treffe mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) jeder Jäger den Hasen trifft bzw.
b) der Hase getroffen wird.

9. Vier Sportschützen schießen nacheinander unabhängig auf eine Scheibe mit 10 Ringen. Jeder Schütze trifft mit Wahrscheinlichkeit 0.55 die Zehn, mit Wahrscheinlichkeit 0.3 die Neun und mit Wahrscheinlichkeit 0.15 die Acht. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten, dass
a) jeder Schütze mindestens 9 Punkte erzielt,
b) mindestens einer der Schützen eine Zehn schießt,
c) zwei Schützen eine Zehn erreichen, während die anderen beiden eine geringere Ringzahl erzielen,
d) die ersten beiden Schützen jeweils ein Zehn oder die letzten beiden Schützen jeweils eine Zehn erreichen?

10. Drei Würfel werden geworfen. Man berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens zwei Würfel die gleiche Zahl zeigen.