

Aufgabenserie 3 zur Vorlesung "Mathematik für Kompass"

1. Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie $\vec{a} + \vec{b}$, $3\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{a} + 2\vec{c}$, $\vec{a} - 4\vec{b} + 3\vec{c}$, \vec{b}° und die Länge der Vektoren \vec{a} und \vec{b} .
- b) Bestimmen Sie $\vec{a} \cdot \vec{b}$ und $\vec{a} \cdot (1645\vec{c})$.
- c) Wie groß ist der Winkel zwischen \vec{a} und \vec{b} ? Geben Sie den Winkel in Grad- und Bogenmaß an.

2. Welcher Vektor \vec{v} erfüllt die Gleichung

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 2\vec{v} = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} ?$$

3. Zeigen Sie, dass von den drei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

jeweils zwei senkrecht aufeinander stehen. Berechnen Sie $\vec{a}^\circ, \vec{b}^\circ, \vec{c}^\circ$. Welche Vektoren stehen senkrecht auf \vec{a} und \vec{b} ?

4. Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- a) Wie groß ist der Winkel α zwischen \vec{a} und \vec{b} ?

b) Wie groß ist der Winkel von \vec{c} mit der x -Achse?

c) Stehen die beiden Vektoren \vec{a} und $3\vec{b} + 7\vec{c}$ senkrecht aufeinander?

5. Vorgegeben sind die Punkte $A(1, 2, 0)$, $B(2, 5, -4)$, $C(-1, 4, -1)$. Bestimmen Sie die Innenwinkel des Dreiecks $\triangle ABC$. Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks?

6. Wir betrachten die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie die Länge des Vektors \vec{a} , den zugehörigen normierten Vektor und die Winkel von \vec{a} zu den Koordinatenachsen (in Grad- und Bogenmaß).

b) Welchen Winkel schließen \vec{a} und \vec{b} bzw. \vec{a} und $-\vec{b}$ ein?

c) Welcher Vektor muss zum Vektor \vec{a} addiert werden, um den Vektor \vec{b} zu erhalten?